

תכנית לימודים - חקר קרומי סבון
חקר במתמטיקה ובפיזיקה באמצעות קרומי סבון
פיזיקה מחקרית

תוכן העניינים

הרציונל המרכזי

הנושאים המדעיים שיידונו ביחידות המוצעות

ארגון מעבדת החקר

הצעה ליחידות חקר אפשריות

מקורות ביבליוגרפיים

הרציונל המרכזי

התוכנית המוצעת לחקר בפיזיקה באמצעות קרומי סבון – מְזַמְנֶת הן ללומד והן למנחה הזדמנות נדירה לחקר מובנה למחצה ופתוח למחצה. הלומד והמנחה פוגשים שילוב מיוחד במינו של נושאי חקר פיזיקליים ונושאי חקר מתמטיים שמעבר לתוכנית הלימודים, ועם זאת בהישג היד של הלומד. העבודה בחומרים פשוטים הן במובן העיוני והן במובן הניסיוני מאפשרת לכולנו לחקור ואף לגלות תגליות מעניינות.

המורים, המנחים את פעילות החקר, יפתחו מערכי חקר ו/או דפי עבודה לתלמידיהם על פי המקורות המוצעים להלן ובהתאם להיכרותם עם קבוצת הלומדים.

מומלץ מאוד לבנות את מתקני החקר עם התלמידים, בסדנת המלאכה של בית הספר, תוך הקפדה על כללי הבטיחות. הנחיות מפורטות לבנייה ניתנות בפרק ט' בספר טוב מעשה במחשבה, עמודים: 182–200. בנוסף על כך, שלושה יצרנים מוכרים של ציוד לימודי בארץ לקחו על עצמם להכין את כל פרטי הציוד הדרוש לחקר המוצע כאן.

מוצע כי פעילות החקר תהיה על פי פרקים ז', ח', ט' בספר: טוב מעשה במחשבה תחילה. הפרקים הללו מוגשים למורים באדיבות המחבר. וכן על פי המאמר:

כהן, עמוס וכהן שניר, אורית (2016). הזוויות הקסומות של הטבע: על הקשר בין כמה זוויות מיוחדות לממדי המרחב. 'תהודה' עיתון מורי הפיזיקה בישראל, כרך 34, חוברות 1-2, עמ' 12-23.

הנושאים המדעיים שיידונו ביחידות המוצעות

א. במישור הדו-ממדי

נושאים שייחקרו, יודגמו ויידונו

- הנסיכה הפיניקית דידו והבעיה האיזופרימטרית.
- בעיית השיח' הסעודי: בעיית פרמה-טוריצי'לי.
- משפט יעקוב שטיינר (Jakob Steiner 1796 - 1863)
- "המנוע הפיזיקלי" להוכחה מתמטית.
- איך יתכן שישנם כמה פתרונות מינימליים?
- הנקודות המיוחדות במשולש. הצעה לחידוש.
- פתרון בעיות מהחיים - בעיות עם אילוצים משני סוגים: אילוץ של איסור ואילוץ של מחיר. **אנלוגיה מכנית לחוק השבירה של סנל.**
- האם תמיד "דרך שתי נקודות עובר רק קו ישר אחד..."
- סיפור אישי: מפגש עם המשורר יהודה עמיחי – בסדנת קרומי סבון.
- עקרון הפעולה המינימלית, עקרון הוואריאציה של המילטון, והקשר שלהם לעקרון פרמה באופטיקה ולחוק סנל.
- ולתפארת מדינת ישראל! [או, כיצד לפתור את כל בעיות מדינת ישראל ...]
- "הכוחות בשטח": על כוחות מתח הפנים בקרומי הסבון ובמערכות פיזיקליות נוספות.

ב. אופרת סבון בשלושה ממדים - סריגי סבון מרחביים

נושאים שייחקרו, יודגמו ויידונו

- כיסוי גופים תלת ממדיים ביריעה החסכונית ביותר: "משטחים מינימליים".
- משפט פלאטו (J. A. F. Plateau 1801 - 1883).
- זווית הקסם $109^{\circ} 28'$
- הדבורים וחלת הדבש. הדבורים מצאו שתי זוויות קסומות!
- אפיון הפאונים.
- חמשת הגופים המשוכללים – אוקלידס, אפלטון, ארכימדס.
- חמשת האיכויות של אפלטון: האלמנט החמישי.
- יוהאנס קפלר וחמשת הגופים האפלטוניים (Johannes Kepler 1571-1630).
- מקור צבעוניותם של קרומי הסבון: התאבכות, "נוצצים מחורצים".

ג. הזוויות הקסומות של הטבע

- החקר באמצעות קרומי סבון מאפשר גם ללומד וגם למנחה לזכות בחוויה של גילוי אמיתי! בחלק זה ניפגש עם גילוי מרגש שגילו מנחי חקר, תוך כדי מחקרם בקרומי סבון: הקשר בין כמה זוויות מיוחדות לממדי המרחב.

הגילוי התפרסם באוגוסט 2016, כמאמר בכתב העת 'תהודה' עיתון מורי הפיזיקה בישראל:
הזוויות הקסומות של הטבע: על הקשר בין כמה זוויות מיוחדות לממדי המרחב. כרך 34, חוברות 1-2,
 עמ' 12-23 . [http://ptc.weizmann.ac.il/_Uploads/dbsAttachedFiles/page%2012-23\(1\).pdf](http://ptc.weizmann.ac.il/_Uploads/dbsAttachedFiles/page%2012-23(1).pdf)

ארגון מעבדת החקר

החקר כולו מופעל בכתה על ידי שני מנחים-מורים, בסיוע של מהנדס חקר (לבורנט).
 המנחים והתלמידים בונים את ערכת כלי החקר.

יש לארגן את מעבדת החקר כך:

עמדת עבודה לכל 2 לומדים.

כל עמדה מאפשרת את ביצוע החקר ביחידה המתאימה.

הצעה ליחידות חקר אפשריות

I. כריכי סבון - בעיות במישור הדו-ממדי

1. הבעיה של דיזו, **הבעיה האיזופרימטרית**:
 חקר באמצעות מודל שטח על גבי לוח עם משבצות [טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 112-116]
2. בעיית השיח' הסעודי - **חקר במשולשים**: משולש שווה צלעות; משולש שונה צלעות;
על ארבע הנקודות המיוחדות במשולש שניסחו היוונים הקדמונים בגיאומטריה האוקלידית;
 מי מהנקודות הללו מתאימה לייצוג נקודת הצומת שמוצא הסבון?
 מה מאפיין את נקודת הצומת שהסבון יוצר? **משפט פרמה-טוריצ'לי** [טוב מעשה במחשבה תחילה,
 עמ' 116-124; קופיץ, 2001]
- משפט שטיינר חלק א'** [טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 123-126]
3. **מדוע ישנם מספר מסלולים "חסכוניים ביותר"**: מדידות בדגמים הטבולים בסבון.
 מינימום לוקאלי ומינימום גלובלי [טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 124-127]
4. **חקר במרובעים** – מהו המסלול החסכוני ביותר המחבר 4 קדקודים?
 המשגת המושג: **משפחות של פתרונות** – קבוצת פתרונות של מסלולים אפשריים שונים, המגשרים בין
 קדקודים נתונים בעלי אותו מספר של צומתי שטיינר [טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 127-129]
5. **חקר מחומש, משושה** – ניסיון להכללה.
משפט שטיינר חלק ב' [טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 129-130]
6. **חלת הדבש של הדבורים**. שתי זוויות קסומות מתגלות. בניית מבנה דמוי חלת הדבש בשני
 מפלסים.
 [טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 130, 155-157, 166-168, 176-177]
7. חקר **בעיות עם אילוצים**. על הקושי הרב שמעלה בעיה עם אילוצים. במקרים רבים המדענים מעדיפים
 להתחמק מבעיה המכילה אילוצים, ולחפש בעיה דומה פשוטה יותר. [טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ'
 132-137]: **אילוץ מסוג ראשון: איסור, אילוץ מסוג שני: מחיר.**

8. **אנלוגיה מכנית לחוק השבירה של סנל**. מודל מכני להתעקמות קרני האור בתופעת "פאטה מורגנה".
[טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 137-140]

9. **ולתפארת מדינת ישראל!**

פתרון בעיות מורכבות באמצעות קרומי סבון – חיפוש מסלול הדרכים החסכוניות ביותר: מודל של מדינת ישראל, מודל של אזור בארץ ובו מספר בתי ספר, מודל של מבנים בתוך בית ספר
[טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 141-142]

II. מסגרות סבון במרחב תלת ממדי - כיסוי במשטחים מינימליים

10. **ארבעון ומנסרה משולשת**. חקר הזוויות שנוצרו בסבון. זווית הקסם. משפט פלאטו.
[טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 153-158]

אפיון הפאוניס. הקשר בין: מספר הקדקודים בפאון, מספר המקצועות, ומספר הפאות.
משפט אוילר [טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 158-165]

11. **"הכוחות בשטח"** - על מתח הפנים ועל האלסטיות של קרומי הסבון.
סדרת ניסויי חקר אודות כוחות מתח הפנים בקרומי הסבון. השוואה עם מתח הפנים של מים.
בניית מתקנים לחקר מתח הפנים. הצעה: לבנות את המתקנים מחוטי חשמל, חוט רקמה וכפתורים
[טוב מעשה במחשבה תחילה, עמ' 169-170, 177-179, 189-190].
מומלץ להוסיף ולהרחיב: הניסוי של גלילאו - מחט פלדה ששטה על המים; גפרורים וסבון; קסמים ולהטוטים בסבון: לחתוך בועה בסכין שוב ושוב, קרוסלה של סבון ועוד; הכנת תמיסת סבון והכנת עזרים: מד זווית שטינר, מד זווית פלאטו ועוד; יצירת בועות ענק; חקר קצף הסבון - "ים של בועות".

12. **הזוויות הקסומות של הטבע**

בניית 4 פירמידות שטוחות בצבעים שונים, המרכיבות יחדיו את הפירמידה המשוכללת של הארבעון.
[הזוויות הקסומות של הטבע].

13. **מערכות פיזיקליות בשווי משקל סטטי**. דיון במערכות כאלו:

התבוננות במרחב חד ממדי: דרושים 2 כוחות בזווית של: 180°

התבוננות במרחב דו ממדי: דרושים 3 כוחות בזווית של: 120°

התבוננות במרחב תלת ממדי: דרושים 4 כוחות בזווית של: $109^\circ 28'$

פעילות של היכרות עם נוסחת ההכללה לזוויות הקסומות של הטבע (ללא הוכחה) [הזוויות הקסומות של הטבע].

14. **דיון עם הלומדים: הצעת שאלות למחקרי המשך**

מקורות ביבליוגרפיים

בויס, צ'ארלס ורנון (1966). *בועות סבון והכוחות המעצבים אותן*. תרגום: חיים בן עמרם. תל אביב: ספרית מדע לעם. הוצאת דביר ועם עובד.
זהו אחד מספרי המופת של המדע הפופולרי. הספר מכיל שלוש הרצאות שבויס נתן לנוער ולקהל הרחב בשנים 1889 ו-1890.
המקור:

Boys, C.V. (1959). *Soap Bubbles and the Forces Which Mould Them*. New York: Doubleday & Company, Inc.

גרשוביץ, ולדימיר (1982). זווית הקסם $28^{\circ} 109'$. מדע, כ"ו (4), 174-177, 192.

דה-שליט, אהוד (2009). בעיית עץ שטיינר - דוגמה לשימוש בעקרונות פיסיקליים להתרת בעיה מתמטית. "תהודה" עתון מורי הפיזיקה, 28 (1-2), 26-31.

<http://stwww.weizmann.ac.il/ptc/Tehuda/28-1-2/26-31.pdf>

טיחומירוב, ו"מ (2000). סיפורים על מקסימום ומינימום. תרגום ועריכה: אלה שמוקלר, זיוה שחם. חיפה: "קשר חס", מוסד הטכניון למחקר ופיתוח. המקור:

Tikhomirov, V. M. (1990). *Stories about Maxima and Minima*. MA: American Mathematical Society.

כהן, עמוס (2001). טוב מעשה במחשבה תחילה: מדריך ללמידה באמצעות פרויקטים מדעיים יצירתיים. תל-אביב: מכון מופ"ת.

בספר שלושה פרקים העוסקים בהרחבה בקרומי סבון ופתרון בעיות מתמטיות מהחיים: פרקים: ז' - ח' - ט', עמ' 110-200, בסוף כל פרק מוגשת רשימת מקורות מפורטת ומגוונת.

<http://www.mofet.macam.ac.il/ktiva/publish/catalog/Pages/Kalil/tovmase.aspx>

כהן, עמוס וכהן שניר, אורית (2016). הזוויות הקסומות של הטבע: על הקשר בין כמה זוויות מיוחדות לממדי המרחב. "תהודה" עיתון מורי הפיזיקה בישראל, 34 (1-2), 12-23.

[http://ptc.weizmann.ac.il/_Uploads/dbsAttachedFiles/page%2012-23\(1\).pdf](http://ptc.weizmann.ac.il/_Uploads/dbsAttachedFiles/page%2012-23(1).pdf)

כהן, עמוס וכהן שניר, אורית (2017). מעשה ומחשבה בחקר המדעי: דיאלוגים על חקר וגילוי במדעים ובמתמטיקה, בנייה ופיתוח של פרויקטים מדעיים יצירתיים. תל אביב: מכון מופ"ת. בהליכי הוצאה לאור.

לוז, זאב (1982). קרומי סבון ובעיות סבון כמודלים מתימטיים. פי האטום, א' (2).

לוז, זאב (1983). קרומי סבון. מדע, כ"ז (1), 13-18.

מובשוביץ הדר, ניצה (1997). חכמת הדבורים. על"ה - כתב העת למורים למתמטיקה בעל-יסודי, 20.

http://highmath.haifa.ac.il/images/data2/old_alle/alle20-4fixed.pdf

קופיץ, יעקב ש. (2001). בעיית פרמה - טוריצ'לי: על נקודה מיוחדת במשולש ועל שלושה מתמטיקאים שחקרו אותה. אלף אפס (17), 2-9.

<http://alefefes.macam.ac.il/article/article.asp?n=30>

קסם של בועות - האתר של משפחת צברי

http://www.tsabary.co.il/Kesem_Shel_Buot/Activities.php

Courant and Robbins (1941, 1951). *What is Mathematics?* Oxford University Press. Stienner Problem Ch. VII § 5, pp. 354-361.

Lovett, David. (1994). *Demonstrating Science with Soap Films*. Bristol & Philadelphia: Institute of Physics.

Movshovitz-Hadar, N. (1990). Beehive Mathematics. Detailed outlines for "Do Bees Build It Best?" - a 2nd year unit of: Interactive Mathematics Program - Three years of problem-based mathematics - a College Preparation Mathematics Program for high school students. Experimental Edition, Berkeley CA. (Project products are published of 1996 by Key Curriculum Press, California, U.S.A <http://www.mathimp.org/>).